

Выведите с помощью определения производной то, что

$$(x^3)' = 3x^2$$

Решение:

$$\begin{aligned}(x^3)' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x \cdot (3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2) = \\ &= 3x^2 + 3x \cdot 0 + 0^2 = 3x^2 + 0 + 0 = 3x^2\end{aligned}$$